



## Lösung

**Richtige Lösung:**  $\pi \cdot 1397 \text{ cm}^2 \approx 52665,7 \text{ cm}^2$

Benennen wir die Papierrollen mit  $R_1, R_2, R_3, R_4$  und  $R_5$ .

Am Beispiel  $R_1$  berechnen wir die Papierlänge auf der Rolle.

Der Gesamt-Außendurchmesser beträgt  $4 \text{ cm}$ . Der Innendurchmesser (=Außendurchmesser der Papprolle) beträgt  $2 \text{ cm}$ .

Somit haben wir, wenn wir mit dem Radius rechnen,  $(4 \text{ cm}/2) - (2 \text{ cm}/2) = 1 \text{ cm}$  Papierdicke auf der Rolle.

Da das Papier eine Dicke von  $1 \text{ mm}$  hat, liegen bei angenommenen Zylindern 10 Papierschichten übereinander, da  $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$ .

Die Gesamtlänge des Papiers ist somit die Summe der Umfänge der 10 Kreise.

Der Umfang eines Kreises bestimmt sich durch  $U = 2 \cdot \pi \cdot r$ , wobei  $r$  der Radius des Kreises ist. Somit gilt für die Rolle  $R_1$ :

$$U_1 = \sum_{r=11 \text{ mm}}^{20 \text{ mm}} 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \sum_{r=11 \text{ mm}}^{20 \text{ mm}} r.$$

Wir wissen, dass

$$\sum_{r=1}^n r = \frac{n \cdot (n + 1)}{2},$$

somit folgt:

$$\begin{aligned} U_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sum_{r=11 \text{ mm}}^{20 \text{ mm}} r \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \left( \sum_{r=1 \text{ mm}}^{20 \text{ mm}} r - \sum_{r=1 \text{ mm}}^{10 \text{ mm}} r \right) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{20 \text{ mm} \cdot (20 \text{ mm} + 1 \text{ mm})}{2 \text{ mm}} - \frac{10 \text{ mm} \cdot (10 \text{ mm} + 1 \text{ mm})}{2 \text{ mm}} \right) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot (210 \text{ mm} - 55 \text{ mm}) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 155 \text{ mm}. \end{aligned}$$



Somit kann äquivalent berechnet werden:

$$U_2 = 2 \cdot \pi \cdot 126 \text{ mm}$$

$$U_3 = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ mm}$$

$$U_4 = 2 \cdot \pi \cdot 816 \text{ mm}$$

$$U_5 = 2 \cdot \pi \cdot 280 \text{ mm}.$$

Damit folgt, dass der Gesamtumfang

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 \\ &= 2 \cdot \pi \cdot (155 \text{ mm} + 116 \text{ mm} + 50 \text{ mm} + 806 \text{ mm} + 270 \text{ mm}) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 1397 \text{ mm} \end{aligned}$$

ist.

Die Fläche berechnet sich nun aus der Länge der Papierrolle multipliziert mit der Länge des aufgewickelten Papiers. Da alle 5 Rollen die gleiche Papierrollenlänge haben geht, dies einfach mit der Gesamtlänge des aufgewickelten Papiers. Wir müssen auf die Einheiten achten:

$$\begin{aligned} A &= U \cdot 0,6 \text{ m} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 1397 \text{ mm} \cdot 0,6 \text{ m} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 139,7 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 8382 \text{ cm}^2 \\ &= \pi \cdot 16764 \text{ cm}^2 \\ &\approx 52665,7 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$